ショートノート

出力誤差規範に基づく連続時間伝達関数推定法

正　員　鈴木　郁[†]　　正　員　藤田　欣也[††]
非会員　富田　豊[†††]

A Method to Estimate Continuous Transfer Function Based on OEM

Kaoru SUZUKI[†], Kinya FUJITA[††], *Members and* Yutaka TOMITA[†††], *Nonmember*

† 慶応義塾大学理工学部管理工学科，横浜市
Faculty of Science and Technology, Keio University, Yokohama-shi, 223 Japan
†† 湘南工科大学工学部電気工学科，藤沢市
Faculty of Engineering, Shonan Institute of Technology, Fujisawa-shi, 251 Japan
††† 慶応義塾大学理工学部計測工学科，横浜市
Faculty of Science and Technology, Keio University, Yokohama-shi, 223 Japan

あらまし　本論文では，系の離散時間入出力時系列から連続時間伝達関数の係数を出力誤差規範に基づき直接に推定する方法を提案している．また，姿勢制御系の同定例を用いた他の推定法との比較により，本推定法の有効性を示している．

1. まえがき

生体の運動制御系の特性解析[(1)]，あるいは生体の運動系を対象とした制御器の設計[(2)]においては，それらの入出力関係を伝達関数として明らかにすることが有効な場合がある．しかし生体のように複雑でときに非線形性を有する対象を低次の線形モデルで近似して同定した場合，同定結果を用いたシミュレーションの結果が実際の応答と大きく異なる例が観察される．

これは式誤差規範(EEM)あるいは予測誤差規範と呼ばれる最小2乗法を用いることに起因する現象であり，EEMは複雑な系の同定には適さない[(3)]．ここで出力誤差規範(OEM)を用いれば，シミュレーション時の誤差を最小にする係数が得られる．

計算機などに記録された離散時間時系列から連続時間伝達関数(以下 s 伝達関数)を求めるためにはEEM，OEMともに，離散時間伝達関数(以下 z 伝達関数)を求めてから s 伝達関数に変換する方法が一般に用いられている[(4)]．双1次変換は z 伝達関数と s 伝達関数の変換(z-s あるいは s-z 変換)に多用される簡便な方法であるが，後述するように入力信号の制約に起因して，ここでの z-s 変換にはその利用が不可能な場合も生じる．

そこで本論文では離散時間時系列から直接に s 伝達関数をOEMを用いて同定する方法を提案し，姿勢制御系の同定例を用いてその有効性を示す．

2. s 伝達関数のOEMによる直接的推定法

推定法を述べる前に，EEMとOEMに関して離散時間の場合を例に整理する．最小2乗法を用いた同定のうちで，よく用いられる線形連立方程式の解として係数が得られる方法はEEMであり，現時刻までの入出力両方の時系列から次の時刻の出力を求め，このときの誤差2乗和が最小になるように係数を決定する方法である．一方OEMは入力時系列のみから各時刻のモデル出力を求め，出力の誤差2乗和が最小になるように係数を調整する方法である．OEMはシミュレーション誤差を最小にする方法なので，同定対象が仮定したモデル集合に含まれない場合にEEMとは結果が異なり，より良好な近似を与える[(3)]．但し非線形最適化問題であるため計算量がEEMに比較して多くなり，また非逐次型の計算法であるためオフライン同定に限定される．

推定法の概略は，(1) s 伝達関数の係数を最適化手法により動かし，(2)そのときの s 伝達関数の出力をシミュレートし，(3)誤差2乗和を評価して再び係数を動かす，という過程を係数が収束するまで繰り返すものである．ここでは伝達関数を s-z 変換することにより離散時間領域で出力をシミュレートしているが，入力時系列と等価なラプラス変換表現が既知の場合，s 伝達関数の係数をパラメータとする応答波形の式を求めておけば s-z 変換は不要となる．また最適化手法は，最急降下法をはじめとする各種の手法から選択することができるが，ここではシンプレックス法*を用いた．

なお，連続信号からOEMにより s 伝達関数を推定する方法は，連続時間領域におけるモデル調整法として知られている[(5)]．しかし利用可能な最適化手法がアナログ演算で実現可能なものに限定されるため，この点において本推定法はより自由度が大きいと言える．

3. 姿勢制御系の同定例

図1に示す装置を用い，インパルス状の外乱トルクを足関節に加え，床反力中心の前後方向動揺軌跡を計測した．このとき入力を外乱トルク，出力を床反力中心の変位とする姿勢制御系を分母2次の s 伝達関数でモデル化し，

① EEMで z 伝達関数を同定し，z-s 変換により s 伝達関数を求める．

* 目的関数が3変数の場合，3次元空間内でシンプレックスと呼ばれる四面体の更新を繰り返して最適化を行う方法[(6)]．線形計画法で用いられるシンプレックス法とは異なる．

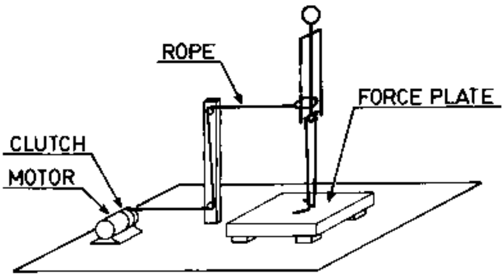

図1 測定装置の概観
Fig. 1 Overview of the measuring equipment.

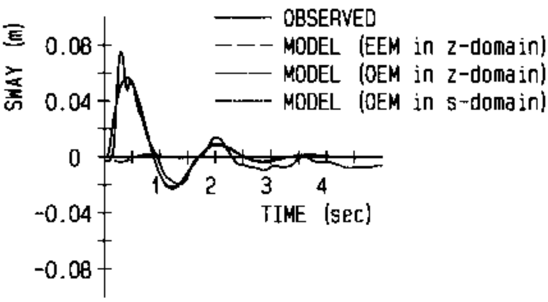

図2 推定法①〜③を用いたシミュレーションの比較例
Fig. 2 An example of comparisons among simulations using ① EEM in z-domain, ② OEM in z-domain, and ③ OEM in s-domain (② and ③ are mostly overlapped.).

② OEMで z 伝達関数を同定し，z-s 変換により s 伝達関数を求める．

③ OEMで s 伝達関数を求める (本推定法)．

の3種類の方法で，同定結果をモデルの応答により比較した．なお，入出力の標本化周波数は100 Hzである．

一般に s-z あるいは z-s 変換に用いられる双1次変換では，連続時間での遅れ系が離散時間でのARMA伝達関数となる．ところが入力が十分に多くの成分を有していない(PE性を満たしていない)場合には，z 伝達関数をAR伝達関数の形でしか同定できない．生体を対象とする場合をはじめ入力可能な信号が制約されることも多いため，②および③においては2次のAR伝達関数を同定し，文献(7)の z-s 変換により s 伝達関数を求めた．なお，③における出力のシミュレーションには s-z 変換として双1次変換を用いた．

結果の一例を図2に示す．同図からも明らかなように，OEMを用いる②および③で得られたモデルの応答が系のそれに似ているのに対し，EEMを用いる①で得られたモデルの応答は系のそれに似ていない．またEEMを用いる①の場合，本例では標本化周波数を下げることによりモデルの応答を大幅に改善することが可能であるが，同定対象ごとにそれを最良点に調節することは容易とは言えない．一方，OEMを用いる②および③では各係数の初期推定値が必要とされ，その適否は結果および収束速度に影響するが，一般にその設定は前者に比較して後者の場合の方が容易と考えられる．なお，②および③の推定法で初期推定値を等価に設定し，収束までに要するシンプレックスの更新回数により収束速度を比較したところ，本例では両者ほぼ同程度であった．但し，動揺軌跡が非振動的なものについて分母1次の s 伝達関数を求めた例では，後者は前者の最高2倍程度の収束速度を示した．

4. むすび

系の入出力時系列から s 伝達関数の係数をOEMにより直接推定する方法について述べ，その有効性を姿勢制御系の同定結果から示した．本方法は姿勢制御系に限らず生体のような複雑な系を同定対象とする場合，連続時間モデルの係数決定に有効であると考えられる．

文献

(1) 石田明允："姿勢制御系の計測と解析"，第3回生体生理シンポジウム，2A3-9 (1988-11).
(2) 藤田欣也，板倉直明，久保公人，南谷晴之："筋電気刺激による目標値フィルタを備えたヒト足首関節制御システム"，信学論(D)，**J70-D**, 8, pp. 1651-1658 (1986-08).
(3) 富田 豊，Damen A. A. H. and Van den Hof P.："システム同定における式誤差規範(EEM)と出力誤差規範(OEM)の相違"，計測自動制御学会論文集，**22**, 1, pp. 50-55 (1986-01).
(4) 重政 隆，飯野 穣，神田雅江："2自由度PIDコントローラのオートチューニング方法"，計測制御，**27**, 4, pp. 23-29 (1988-04).
(5) Eykhoff P.："System Identification", p. 355, John-Wiley, London (1974).
(6) 柳井 浩："非解析的な最大最小の探索の方法(4)"，数学セミナー，5, 2, pp. 64-69 (1967-02).
(7) 重政 隆，市川義則："Z 伝達関数から S 伝達関数への一変換方法"，第22回SICE学術講演会，3110 (1983-07).

付録

推定法による収束速度の相違について

本文中で述べた②および③の推定法について，系を分母1次の s 伝達関数

$$H(s)=K/(1+\tau s) \tag{A・1}$$

でモデル化し，s 伝達関数と z 伝達関数の変換にホールド等価近似を用いて同定する場合を例に，収束速度に相違が生じる理由を離散時間領域で示す．係数探索の対象について考えると，②では z 伝達関数

$$H(z)=\frac{b_1 z^{-1}}{1+a_1 z^{-1}} \qquad (\mathrm{A}\cdot 2)$$

における b_1 および a_1 である．一方，③では式(A･1)の s 伝達関数における K および τ であり，離散時間領域では式(A･1)をホールド等価近似により変換して得られる z 伝達関数

$$H(z)=\frac{K(1-\mathrm{e}^{-T/\tau})z^{-1}}{1-\mathrm{e}^{-T/\tau}z^{-1}} \qquad (\mathrm{A}\cdot 3)$$

における K および τ（T は標本化周期）に相当する．式の構造から後者ではモデルの有する極が z 平面上の単位円に接近するほど，係数探索に伴う極の動きが小さくなる．このため同定対象あるいは初期推定値によっては，後者は前者よりも顕著に高い収束速度を示す．同様な理由により，このような収束速度の相違は本例以外においても生じるものと考えられる．

（平成2年8月31日受付）